Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Специализированный учебно-научный центр
ГОУ лицей №1580
Семестровая контрольная работа по математике, 11 класс, декабрь, 2010-2011 уч. год

Вариант 1.

B1. Найдите значение выражения $2^{\log_2 \sqrt{3}} \cdot \cos\left(-\dfrac{5\pi}{6}\right) + \sqrt{3} \cdot ctg\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

B2. Решите уравнение $\sqrt{2} \cdot \sin(-3x) - 1 = 0$.

B3. Решите неравенство $(x-1) \cdot \log_x x^3 < 15$.

B4. Найдите область определения функции $y = \sqrt{(0,4)^{4x-3} - 2}$.

B5. Два лыжника стартовали друг за другом с интервалом в 27 минут. Второй лыжник догнал первого в 18 км от точки старта. Дойдя до отметки в 27 км, второй лыжник повернул обратно и встретил первого на расстоянии 1 км от точки поворота. Найдите скорости лыжников.

B6. Решите уравнение $\dfrac{x\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \sqrt{x} + \dfrac{4}{9}$.

B7. Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{8x^2 + 7} - \sqrt{8x^2}$ на отрезке $[1;2]$.

B8. Решите уравнение $\dfrac{\cos 3x - \cos x}{|\sin x|} = 2$.

B9. Найдите множество значений функции $y = \cos\left(\sqrt{\pi^2 - x^2} - \dfrac{\pi}{6}\right)$.

B10. Медиана AD и высота CE равнобедренного треугольника ABC $(AB = BC)$ пересекаются в точке P. Найти площадь треугольника ABC, если отрезок CP равен 5, отрезок PE равен 2.

B11. Какая наибольшая площадь может быть у прямоугольного треугольника, одна вершина которого совпадает с точкой $M(6;0)$, другая лежит на графике функции $y = 2x^2(6 - x)$, $0 < x < 6$, а один катет лежит на оси x?

B12. Цилиндр завершен сверху полушаром. Объем полученного тела равен V. При каком радиусе полушара полная поверхность тела будет наименьшей?

C1. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - \sqrt{2} \cdot x \cdot (\cos \pi y + \sin \pi y) + 1 = 0 \\ 32\cos 8\pi y = 16y^2 - 8y + 33 \end{cases}$.

C2. Решите неравенство $\dfrac{\left(4^x - 10 \cdot 2^x + 16\right)(x-3)}{\sqrt{x} - 3} \geq 0$.

C3. Укажите все значения a, при которых уравнение $4a(x-2) + 12 = \left(x + |x|\right)^2$ имеет хотя бы одно решение, и решите его при каждом a.

C4. В основании пирамиды $TABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной AB равной 8. Точка H является серединой стороны BC. Отрезок TH равен 6 и является высотой пирамиды. Известно, что в данную пирамиду можно вписать шар. Найти площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через медиану AM грани TAD и параллельной медиане TK грани TDC.

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Специализированный учебно-научный центр
ГОУ лицей №1580
Семестровая контрольная работа по математике, 11 класс, декабрь, 2010-2011 уч. год

Вариант 2.

B1. Найдите значение выражения $ctg\frac{\pi}{6}\cdot\sin\frac{\pi}{3}-\log_2\frac{1}{4}\cdot\cos\frac{2\pi}{3}$.

B2. Решите уравнение $\sqrt{2}\cos(-2x)+1=0$.

B3. Решите неравенство $x\cdot\log_x x^7<21$.

B4. Найдите область определения функции $y=\sqrt{2^{x-6}-(0,25)^x}$.

B5. Двое рабочих одновременно приступили к изготовлению одинаковых партий деталей. Когда первому рабочему оставалось изготовить 12 деталей, второй сделал треть работы, а когда первый изготовил всю партию, второму оставалось сделать 8 деталей. Сколько деталей оставалось изготовить второму рабочему, когда первый выполнил $3/4$ работы?

B6. Решите уравнение $2^{2x+3}-6^{x+1}-3^{2x+3}=0$.

B7. Найдите наименьшее значение функции $y=\sqrt{3x^2+5}-\sqrt{3x^2+1}$ на отрезке $[0;3]$.

B8. Решите уравнение $\sqrt{3}\cos 2x+7\sin|x|=3\sqrt{3}$.

B9. Найдите множество значений функции $y=\sin\left(\frac{4\pi}{3}\cos\sqrt{\frac{\pi^2}{4}-x^2}\right)$.

B10. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена биссектриса CD. На прямой AC отмечена точка E так, что прямая DE перпендикулярна CD. Найти площадь треугольника ABC, если отрезок CE равен 4 и отрезок CA равен 3.

B11. Какой наибольший периметр может быть у прямоугольника, координаты вершин которого удовлетворяют уравнению $y^2=2(1-\cos 2x)$, $0\le x\le\pi$, а стороны параллельны координатным осям?

B12. Найдите высоту конуса наименьшего объема, описанного около полушара радиуса R так, что плоскость большого круга полушара лежит в плоскости основания конуса.

C1. Решите систему уравнений $\begin{cases} x+y-\sqrt{x+y}=6 \\ \sin\frac{\pi x}{4}=x^2-4x+5 \end{cases}$.

C2. Решите неравенство $\frac{\lg x^2}{\lg(x^2-8x+16)}\le 1$.

C3. Укажите все значения a, при которых уравнение $8a(x-2)+12=(x+|x|)^2$ имеет хотя бы одно решение, и решите его при каждом a.

C4. В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания AB равна 2, боковое ребро AA_1 равно $2\sqrt{2}$. Найти: а) площадь сечения призмы плоскостью, которая параллельна прямой BD, проходит через точку A и образует с прямой AB угол 30˚; б) радиус шара, касающегося плоскости сечения и граней $ABCD$, BB_1C_1C и DD_1C_1C.

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Специализированный учебно-научный центр
ГОУ лицей №1580
Семестровая контрольная работа по математике, 11 класс, декабрь, 2010-2011 уч. год

Вариант 3.

B1. Найдите значение выражения $5^{\log_5 \sqrt{3}} \cdot tg\left(-\frac{7\pi}{4}\right) - 2\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

B2. Решите уравнение $\sqrt{3} \cdot tg\left(-\frac{x}{3}\right) - 1 = 0$.

B3. Решите неравенство $x \cdot \log_{x+1}(x+1)^3 < 9$.

B4. Найдите область определения функции $y = \sqrt{(0,3)^{(x/2)+1} - 3}$.

B5. Два спортсмена бегают по одной замкнутой трассе. Скорость каждого постоянна, а на пробег круга один тратит на 9 с меньше другого. Если они побегут в одном направлении, то один обгоняет другого ровно на круг за 3 минуты. Через какое время они будут встречаться, если побегут в противоположных направлениях?

B6. Решите уравнение $2 \cdot 4^{-x} = 15 + 2^{3+2x}$.

B7. Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{5x^2 + 7} - \sqrt{5x^2}$ на отрезке $\left[1; \frac{3}{\sqrt{5}}\right]$.

B8. Решите уравнение $\sqrt{2}\cos^2\sqrt{x} = \sin\sqrt{x}$.

B9. Найдите множество значений функции $y = \sin\left(\frac{5\pi}{4}\cos\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - x^2}\right)$.

B10. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BD. Известно, что отрезок AD равен 1, отрезок BD равен 2. Окружность радиуса 2, проходящая через точки A и D, касается в точке D окружности, описанной около треугольника BDC. Найти площадь треугольника ABC.

B11. Какая наибольшая площадь может быть у трапеции, большее основание которой расположено на оси x, а все вершины лежат на графике функции $y = (x+3)(9-x)$?

B12. В полушар радиуса R вписана пра̀вильная треугольная призма так, что ее основание лежит в плоскости большого круга полушара, а вершины другого основания принадлежат поверхности полушара. При какой высоте призмы сумма длин всех ее ребер будет наибольшей?

C1. Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x^2 + 4x\cos\pi y + 1 = 0 \\ \sin\pi x = x^2 - x + \frac{5}{4} \end{cases}$.

C2. Решите неравенство $\frac{\lg x^2}{\lg(x^2 + 6x + 9)} \le 1$.

C3. Укажите все значения a, при которых уравнение $16a(x-3) + 32 = (x + |x|)^2$ имеет хотя бы одно решение, и решите его при каждом a.

C4. В основании пирамиды $TABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной AD равной $2\sqrt{3}$. Точка H является серединой стороны BC. Отрезок TH равен 3 и является высотой пирамиды. Известно, что в данную пирамиду можно вписать шар. Найти площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ основания BD и параллельной боковому ребру пирамиды TC.

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Специализированный учебно-научный центр
ГОУ лицей №1580
Семестровая контрольная работа по математике, 11 класс, декабрь, 2010-2011 уч. год

Вариант 4.

B1. Найдите значение выражения $\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)\cdot tg\frac{\pi}{3}-\log_9 3\cdot tg\frac{5\pi}{4}$.

B2. Решите уравнение $2\cos\left(-\frac{x}{2}\right)+\sqrt{3}=0$.

B3. Решите неравенство $x\cdot\log_{\frac{x}{2}}\left(\frac{x^5}{32}\right)<25$.

B4. Найдите область определения функции $y=\sqrt{(0,5)^{6-x}-(0,25)^{2x}}$.

B5. Два вертолёта одновременно вылетают навстречу друг другу из пунктов A и B. Через 20 мин после вылета они встретились и, не останавливаясь, продолжили путь. Первый прибыл в пункт B на 30 мин раньше, чем второй прибыл в пункт A. Сколько времени нужно первому вертолёту на путь из A в B?

B6. Решите уравнение $\left(1-\log_3(7-4x)\right)\cdot\log_x 3=1$.

B7. Найдите наименьшее значение функции $y=\sqrt{5x^2+3}-\sqrt{5x^2}$ на отрезке $[1;2]$.

B8. Решите уравнение $\frac{\sin 3x+\sin x}{|\cos x|}=2$.

B9. Найдите множество значений функции $y=\sin\left(\sqrt{\pi^2-x^2}-\frac{5\pi}{6}\right)$

B10. Две стороны треугольника равны 1 и 2, а угол между ними равен 60°. Через центр вписанной окружности этого треугольника и концы третьей стороны проведена окружность. Найти её радиус.
.

B11. Какая наибольшая площадь может быть у равнобедренного треугольника, основание которого параллельно оси y, а координаты вершин удовлетворяют уравнению $|y|=5+4x-x^2$?

B12. Найдите наибольший объем правильной шестиугольной пирамиды, вписанной в шар радиуса R.

C1. Решите систему уравнений $\begin{cases} x+y+\sqrt{x+y}=20 \\ \sin^2\frac{\pi(x^2-x)}{6}=-x^2+6x-9 \end{cases}$.

C2. Решите неравенство $\frac{\left(4^x-12\cdot 2^x+32\right)(x-2)}{\sqrt{x}-1}\geq 0$.

C3. Укажите все значения a, при которых уравнение $a(4x-3)+2=\left(x+|x|\right)^2$ имеет хотя бы одно решение, и решите его при каждом a.

C4. В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания AB равна 4, боковое ребро AA_1 равно $4\sqrt{2}$. Найти: а) площадь сечения призмы плоскостью, которая параллельна прямой BD, проходит через точку A и образует с прямой AD угол 30°; б) радиус шара, касающегося плоскости сечения и граней $A_1B_1C_1D_1$, AA_1B_1B и AA_1D_1D.