СУНЦ МГТУ имени Н.Э.БАУМАНА, ГОУ лицей №1580.

Репетиционный тест по математике.

11-й класс, 2-й семестр, 27 февраля 2012 года.

Вариант №1.

1) (8 баллов) Две автомашины разной грузоподъёмности перевозили удобрения, делая одинаковое число рейсов, при этом первая машина должна перевезти на 60 тонн больше, чем вторая. Так как на первую машину пришлось грузить на 4 тонны, а на вторую на 3 тонны меньше, чем планировалось, каждый водитель сделал 10 лишних рейсов, чтобы перевезти свою часть груза. Сколько груза перевозила каждая машина за один рейс и сколько рейсов планировалось?

2) (8 баллов) Решите систему уравнений $\begin{cases} \cos x - \sin y = -1 \\ sin^2 x + cos^2 y = 1 \end{cases}$.

3) (8 баллов) Решите уравнение: $(\log_3 x) \cdot \log_8(9x) = \log_2 3$.

4) (8 баллов) Решите неравенство: $\log_x(49x^2 - 112x + 64) < 2$.

5) (10 баллов) Решите неравенство: $(6 - 6^{-\frac{1}{x}}) \cdot \log_3(\frac{2}{3} - x) \geq 0$.

6) (10 баллов) Найдите множество значений функции
$f(x) = 4\cos(\frac{\pi}{3} \cdot \sin(x^2 + 6x + 10))$.

7) (12 баллов) На стороне ВС треугольника АВС отмечена точка К. Известно, что $< B + < C = < AKB$, АК=5, ВК=16, КС=2. Найдите площадь круга, вписанного в треугольник АВС.

8) (12 баллов) Какой наибольший периметр может быть у прямоугольника, координаты вершин которого удовлетворяют уравнению $y^2 = (1 + \cos 2x)$, $|x| \leq \frac{\pi}{2}$, а стороны параллельны координатным осям?

9) (12 баллов) Укажите все значения a, при которых система уравнений
$\begin{cases} (x-a)^2 + y = 6 - a \\ y^2 + (\frac{x-6}{|x|-6})^2 = 1 \end{cases}$ имеет единственное решение. Найдите это решение при каждом a.

10) (12 баллов) Найдите площадь сечения правильной четырёхугольной пирамиды TABCD плоскостью, параллельной медиане АМ боковой грани ТАВ, проходящей через середину бокового ребра ТС и пересекающей ребро TD в точке Е так, что ТЕ=2DE, если высота пирамиды равна $\sqrt{5}$, а диагональ основания ABCD равна 1.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Баллы	8	8	8	8	10	10	12	12	12	12

СУНЦ МГТУ имени Н.Э.БАУМАНА, ГОУ лицей №1580.

Репетиционный тест по математике.

11-й класс, 2-й семестр, 27 февраля 2012 года.

Вариант №2.

1) (8 баллов) Двое рабочих, работая попеременно, изготовили партию деталей за 6 дней, при этом один из них сделал деталей на 200% больше, чем другой. За сколько дней каждый рабочий может изготовить партию деталей, если работая вместе, они сделали бы их за 3 дня?

2) (8 баллов) Решите уравнение $\sin 9x = 2\sin 3x$.
Найдите его корни, лежащие в промежутке $[0;\frac{\pi}{2}]$.

3) (8 баллов) Решите уравнение: $x^{\log_{27}(4x)} = 2^{\frac{1}{\log_2 3}}$.

4) (8 баллов) Решите неравенство: $\sqrt{\frac{x-2}{x-3}} < \frac{4}{\sqrt{2x}}$.

5) (10 баллов) Решите неравенство: $(\log_2 \frac{4x+3}{3x}) \cdot \sqrt{x^4 - 4x^2 + 3} < 0$.

6) (10 баллов) Функция $f(x) = \frac{c}{c-x}$ определена на отрезке [2;4]. Найдите все значения c, при которых наибольшее значение функции на этом отрезке больше 0,2.

7) (12 баллов) Около окружности радиуса 15 описана равнобедренная трапеция ABCD с углом A, равным $\arccos 0{,}8$. Точки K и N – точки касания окружности с боковыми сторонами AB и CD соответственно. Найдите площадь четырёхугольника KBCN.

8) (12 баллов) Какое наименьшее значение может принимать сумма объёмов двух шаров, если сумма диаметра одного из них и радиуса другого равна $2 + 4\sqrt{2}$?

9) (12 баллов) Укажите все значения a, при которых уравнение
$(x-6)^2 + (\sqrt{\frac{2|x-14|}{14-x} - \frac{2|x|}{x}} + 2a)^2 = 100$ имеет ровно два различных корня. Найдите эти корни.

10) (12 баллов) Найдите площадь сечения правильной четырёхугольной пирамиды TABCD плоскостью, проходящей через центр её основания, параллельной апофеме TK боковой граниTAB и медиане BM боковой грани TBC, если сторона основания равна $4\sqrt{3}$, а расстояние от вершины пирамиды до секущей плоскости равна $\frac{3}{4}$.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Баллы	8	8	8	8	10	10	12	12	12	12

СУНЦ МГТУ имени Н.Э.БАУМАНА, ГОУ лицей №1580.

Репетиционный тест по математике.

11-й класс, 2-й семестр, 27 февраля 2012 года.

Вариант №3.

1) (8 баллов) Из пункта А в пункт В одновременно вышли два пешехода. Когда второй прошёл треть пути, первому оставалось пройти 12 км, а когда первый прибыл в пункт В, второму осталось пройти до В 8 км. Сколько километров оставалось пройти второму пешеходу, когда первый прошёл $\frac{3}{4}$ пути?

2) (8 баллов) Укажите все значения x, при которых функция $y = 1 + \cos x - sin^2 x$ принимает наименьшее и наибольшее значения. Найдите эти значения функции.

3) (8 баллов) Решите уравнение: $6 \cdot 2^{\lg x} + x^{\lg 2} = 28$.

4) (8 баллов) Решите неравенство: $\frac{x\sqrt{x}-1}{x-1} > \sqrt{x} + \frac{4}{9}$.

5) (10 баллов) Решите неравенство: $\left(4 - 4^{-\frac{1}{x}}\right) \cdot \log_3\left(\frac{1}{6} - x\right) \leq 0$.

6) (10 баллов) Найдите множество значений функции $f(x) = 6\cos(\frac{\pi}{4} \cdot \cos(x^2 + 8x + 17))$.

7) (12 баллов) В прямоугольном треугольнике АВС из вершины прямого угла С проведена высота СК. Медиана CD треугольника АВС равна 5, а медиана СМ треугольника АСК равна $\sqrt{17}$. Найдите площадь треугольника АВС.

8) (12 баллов) На графике функции $y = \frac{x^2}{16} - \frac{x}{4} + 5$ укажите точку А, чтобы площадь треугольника с вершинами А; О(0;0) и В(8;2) была наименьшей. Найдите эту площадь.

9) (12 баллов) Определите все значения a, при которых уравнение $(x-a)^2 - 2a + 2 = |x-2| - |x|$ имеет хотя бы один корень, и решите его при каждом a.

10) (12 баллов) Найдите площадь сечения правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью, параллельной диагонали BC_1 боковой грани BCC_1B_1 и проходящей через центр описанного около призмы шара и вершину основания А, если стороны основания равны 1, а высота призмы равна 6.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Баллы	8	8	8	8	10	10	12	12	12	12

СУНЦ МГТУ имени Н.Э.БАУМАНА, ГОУ лицей №1580.

Репетиционный тест по математике.

11-й класс, 2-й семестр, 27 февраля 2012 года.

Вариант №4.

1) (8 баллов) Первый автомобиль проходит в минуту на 300 метров больше, чем второй, поэтому время прохождения одного километра у него на 10 секунд меньше. На сколько метров увеличивается отставание второго автомобиля от первого за время, пока первый проходит 1 км?

2) (8 баллов) Решите уравнение $\cos 2x = 3 + 5\sin|x|$.

3) (8 баллов) Решите уравнение: $3^{x-2} \cdot 4^{\frac{x}{x+2}} = 2$.

4) (8 баллов) Решите неравенство: $\frac{2^{\left(\frac{2}{x}\right)}-4}{x-2} > 0$.

5) (10 баллов) Решите неравенство: $(\log_2 \frac{6x+5}{5x}) \cdot \sqrt{x^4 - 10x^2 + 9} < 0$.

6) (10 баллов) Функция $f(x) = \frac{1}{c-x}$ определена на отрезке $[-3;1]$. Найдите все значения c, при которых наибольшее значение функции на этом отрезке меньше 0,125.

7) (12 баллов) Площадь прямоугольного треугольника равна 4, а его гипотенуза равна $2\sqrt{5}$. Найдите косинус острого угла между медианами данного треугольника, проведёнными к его катетам.

8) (12 баллов) На плоскости xOy прямые $y = -2x$ и $x = 1$ пересекаются в точке B, а прямая, проходящая через точку M(0;4) пересекает заданные прямые соответственно в точках A и C. При каком отрицательном значении абсциссы точки A площадь треугольника ABC будет наименьшей? Найдите эту площадь.

9) (12 баллов) Укажите все значения a, при которых уравнение $2\sqrt{2(x+|x|)} = 12 + a(x-8)$ имеет единственный корень. Найдите этот корень.

10) (12 баллов) Основанием пирамиды TABC служит треугольник ABC, все стороны которого равны 6, а высота пирамиды, равная 2, совпадает с боковым ребром TA. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через центр сферы, описанной около пирамиды, образующей с плоскостью основания угол 45°, пересекающей ребро BC в точке P, так что PC=2BP, и пересекающей ребро AB.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Баллы	8	8	8	8	10	10	12	12	12	12

Ответы к репетиционному тесту по математике (27 февраля 2012 года).

Вариант №1.

№1) первая – 8 тонн, вторая – 6 тонн, планировалось 20 рейсов.

№2) $(\pi + 2\pi k; \pi n) \cup \left(\frac{\pi}{2} + \pi m; \frac{\pi}{2} + 2\pi r\right), k, n, m, r \in Z.$

№3) $\{3; \frac{1}{27}\}$ **№4)** $(0;1) \cup \left(1; \frac{8}{7}\right) \cup (\frac{8}{7}; \frac{4}{3})$ **№5)** $(-\infty; -1] \cup [-\frac{1}{3}; 0)$

№6) [2;4] **№7)** $\frac{243\pi}{52}$ **№8)** $\pi + 4.$

№9) $a \in [-3; 2) \cup \{5\}$

При $a \in [-3; 2)$ $x = a + \sqrt{6 - a}; y = 0;$

При $a = 5$ $x = 4; y = 0.$

№10) $\frac{5}{8}$ (сечение BNEK, AK=KD, $S_{\text{проекции}} = \frac{5}{24}, \operatorname{tg} \varphi = 2\sqrt{2}, \cos \varphi = \frac{1}{3}$).

Вариант №2.

№1) каждый – за 6 дней, либо первый – за 4 дня, второй – за 12 дней.

№2) $\left\{\frac{\pi n}{3}\right\} \cup \left\{\pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}\right\}, n, k \in Z;$ корни из $[0; \frac{\pi}{2}]$: $\{0; \frac{\pi}{18}; \frac{5\pi}{18}; \frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{18}\}$

№3) $\{2; \frac{1}{8}\}$ **№4)** $(0; 2] \cup (4; 6)$ **№5)** $\left(-3; -\sqrt{3}\right) \cup (-1; -\frac{3}{4})$

№6) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (4; +\infty)$ **№7)** 42 **№8)** $\frac{32\pi}{3}(2\sqrt{2} + 1)$

№9) $a \in [-4; -3) \cup (4; 5)$

При $a \in [-4; -3)$ $x_1 = 6 - \sqrt{100 - (2a + 2)^2} = 6 - 2\sqrt{25 - (a + 1)^2} = 6 - 2\sqrt{24 - 2a - a^2};$ $x_2 = 6 + \sqrt{100 - 4a^2} = 6 + 2\sqrt{25 - a^2}$

При $a \in (4; 5)$ $x_{12} = 6 \pm \sqrt{100 - 4a^2} = 6 \pm 2\sqrt{25 - a^2}$

№10) 6 (сечение PFNR; AP=3PB; CR=3RD; BF=FT; CN=3NT;
$S_{\text{проекции}} = \frac{21}{4};$ $\sin \varphi = \frac{\sqrt{15}}{8};$ $\cos \varphi = \frac{7}{8}$).

Вариант №3.

№1) 12 км **№2)** Наименьшее значение $-\frac{1}{4}$ функция достигает при $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$, наибольшее значение 2 функция достигает при $x = 2\pi k, k \in Z$.

№3) 100 **№4)** $[0; 1) \cup (1; \frac{25}{16})$ **№5)** $\left[-1; -\frac{5}{6}\right] \cup (0; \frac{1}{6})$ **№6)** $[3\sqrt{2}; 6]$

№7) 20 **№8)** A(4;5); S=16

№9) $a \geq 0$ При $\boldsymbol{a = 0}$ $x = 0$

При $0 < a < 2$ $x_1 = a - \sqrt{2a};$ $x_2 = a$ При $\boldsymbol{a = 2}$ $x_1 = 0;$ $x_2 = 2$

При $2 < a < 4$ $x_1 = a - 2;$ $x_2 = a + \sqrt{2(a-2)}$

При $a = 4$ $x_1 = 2;$ $x_2 = 6$

При $a > 4$ $x_{12} = a \pm \sqrt{2(a-2)}.$

№10) $\frac{19\sqrt{3}}{10}$ (сечение AKNP, $BK: KB_1 = 1:3;$ $B_1N: NC_1 = 3:1;$ $A_1P = 4PC_1;$ $S_{\text{проекции}} = \frac{19\sqrt{3}}{10};$ $\operatorname{tg}\varphi = 3\sqrt{7};$ $\cos\varphi = \frac{1}{8}$)

Вариант №4.

№1) 200 м **№2)** $\left\{\pm\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)\right\} \cup \{\pm\left(\frac{7\pi}{6} + 2\pi n\right)\}, k \in N, n \in Z, n \geq 0.$

№3) $\{2; -\log_3 18\}$ (или $-2 - \log_3 2$) **№4)** $(-\infty; 0) \cup (1; 2)$

№5) $(-5; -3) \cup (-1; -\frac{5}{6})$ **№6)** $(-\infty; -3) \cup (9; +\infty)$ **№7)** $\boldsymbol{\frac{5}{\sqrt{34}}}$

№8) $x_A = -1; S = 8$

№9) $a \in (-\infty; 0] \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (\frac{3}{2}; +\infty)$ При $a < 0$ $x = (\frac{2-2\sqrt{2a^2-3a+1}}{a})^2$

При $a = 0$ $x = 9$

При $a \in (\frac{1}{2}; 1)$ $x = \frac{8a-12}{a}$

При $a > \frac{3}{2}$ $x = (\frac{2+2\sqrt{2a^2-3a+1}}{a})^2$

№10) $\frac{11\sqrt{6}}{5}$ (сечение FKVP; AF:FB=1:2; AK=KT; $\frac{TV}{VC} = \frac{1}{4};$ $S_{\text{проекции}} = \frac{11\sqrt{3}}{5}$)