

Домашнее задание на осенние каникулы на тему:
«Приложение производной. Задачи на оптимизацию»**Алгоритм решения задач на оптимизацию:**

- 1) Необходимо выбрать величину (неизвестную), через которую можно выразить другие. Это ответственное мероприятие, так как от этого зависит рациональность дальнейших вычислений
- 2) Величину, наибольшее или наименьшее значение которой нужно определить (то есть оптимизировать), выразить через (1). Таким образом, у вас получится функция, где аргументом будет выступать величина (1).
- 3) Найти производную функции (2). Приравнять её нулю. Найти критические точки первого рода. Определите промежутки монотонности функции (2) по знакам производной, локальные минимумы и максимумы.
- 4) Обратите внимание, что в физических и геометрических задачах чаще всего имеют место только положительные значения, то есть необходимо произвести отбор подходящих критических точек. Найти глобальные максимум или минимум, то есть наибольшее или наименьшее значения.

Обратите внимание, что в зависимости от условия задачи, необходимо найти или сами экстремальные значения величин, или значения величин (1), при которых эти экстремальные значения достигаются, или значения других величин. Будьте внимательны!

- Задача 1.** В равнобедренный треугольник с основанием 4 и углом при основании α вписать параллелограмм наибольшей площади, так, чтобы одна из сторон лежала на основании, а другая на боковой стороне. Найти длины сторон параллелограмма.
- Задача 2.** Требуется изготовить бак цилиндрической формы без верхней крышки объемом 50 л. Каковы должны быть его размеры, чтобы на его изготовление уходило как можно меньше жести?
- Задача 3.** Равнобедренный треугольник, вписанный в окружность радиусом 10, вращается вокруг прямой, проходящей через его вершину параллельно основанию. Найти высоту треугольника, если тело, полученное в результате вращения, имеет наибольший объем.
- Задача 4.** Проволокой, длиной 4 м, надо огородить клумбу, имеющую форму кругового сектора. Какой должен быть радиус круга, чтобы площадь была наибольшей?
- Задача 5.** Периметр равнобедренного треугольника – 40. Найти основание этого треугольника, так, чтобы объем тела вращения этого треугольника вокруг основания был наибольший.
- Задача 6.** Найти наибольшую площадь прямоугольника, вписанного в полукруг радиуса a .
- Задача 7.** Найти стороны прямоугольника наибольшей площади, вписанного в эллипс, с полуосями 10 и 20.
- Задача 8.** Найти радиус основания и высоту цилиндра наибольшего объема, вписанного в шар радиусом 30.
- Задача 9.** Найти радиус основания и высоту цилиндра с наибольшей боковой поверхностью, вписанного в конус высотой 20 и радиусом основания 10.
- Задача 10.** Окно имеет форму прямоугольника, завершающегося полукругом. Периметр окна равен 20 м. При каком радиусе полукруга, окно будет пропускать наибольшее количество света.
- Задача 11.** Какой наименьший периметр может иметь прямоугольник, две стороны которого лежат на координатных осях, а одна вершина – на графике функции $y = 3x + \frac{9}{x}$?
- Задача 12.** Трапеция $ABCD$ с основаниями $AB=2$, $CD=5$ и высотой, равной 4, разбивается на две части прямой, проходящей через вершину A и пересекающей основание CD . Какое наименьшее значение имеет сумма квадратов площадей этих частей?