

С6

1. Докажите, что при любом натуральном n

$$n^2 + 3n + 5$$

не делится нацело на 121.

2. Найдется ли десятизначное число, делящееся на 11, в записи которого использованы все цифры от 0 до 9?

3. Найдите все решения в целых числах

$$2^x - 1 = y^2.$$

4. Найдите все решения в натуральных числах

$$x(y + 1)^2 = 243y.$$

5. Подряд написаны числа 1, 2, 3, ..., 2010. Каких цифр при записи этих чисел использовано больше — единиц или двоек? На сколько одних цифр больше, чем других?

6. Множество A состоит из натуральных чисел. Количество чисел в A больше семи. Наименьшее общее кратное всех чисел из A равно 210. Для любых двух чисел из A их наибольший общий делитель больше единицы. Произведение всех чисел из A делится на 1920 и не является квадратом никакого целого числа. Найти числа, из которых состоит A .

7. При каком наименьшем n число $2010!$ не делится на n^n ?

8. Найдите все пары пятизначных чисел n и m такие, что число \overline{nm} , полученное приписыванием десятичной записи числа m после десятичной записи числа n , делится на $n \cdot m$.

9. Найдите все натуральные числа, являющиеся степенью двойки, такие, что после зачеркивания первой цифры их десятичной записи снова получается десятичная запись числа, являющегося степенью двойки.

10. Найдите все решения в целых числах уравнения

$$1 + 2^k + 2^{2k+1} = n^2.$$

Ответы к тренировочным задачам

2. Да, таких чисел много. Например: 9576843210
 3. $x = 0, y = 0; x = 1, y = -1; x = 1, y = 1.$
 4. $x = 24, y = 8; x = 54, y = 2.$
 5. Единич на 901 больше, чем двоек.
 6. 6, 10, 14, 30, 42, 70, 105, 210.
 7. 47.
 8. 16667 и 33334.
 9. 32 и 64.
 10. $k = 0, n = \pm 2; k = 4, n = \pm 23.$

С6

1. Докажите, что при любом натуральном n

$$n^2 + 3n + 5$$

не делится нацело на 121.

2. Найдется ли десятизначное число, делящееся на 11, в записи которого использованы все цифры от 0 до 9?

3. Найдите все решения в целых числах

$$2^x - 1 = y^2.$$

4. Найдите все решения в натуральных числах

$$x(y + 1)^2 = 243y.$$

5. Подряд написаны числа 1, 2, 3, ..., 2010. Каких цифр при записи этих чисел использовано больше — единиц или двоек? На сколько одних цифр больше, чем других?

6. Множество A состоит из натуральных чисел. Количество чисел в A больше семи. Наименьшее общее кратное всех чисел из A равно 210. Для любых двух чисел из A их наибольший общий делитель больше единицы. Произведение всех чисел из A делится на 1920 и не является квадратом никакого целого числа. Найти числа, из которых состоит A .

7. При каком наименьшем n число $2010!$ не делится на n^n ?

8. Найдите все пары пятизначных чисел n и m такие, что число \overline{nm} , полученное приписыванием десятичной записи числа m после десятичной записи числа n , делится на $n \cdot m$.

9. Найдите все натуральные числа, являющиеся степенью двойки, такие, что после зачеркивания первой цифры их десятичной записи снова получается десятичная запись числа, являющегося степенью двойки.

10. Найдите все решения в целых числах уравнения

$$1 + 2^k + 2^{2k+1} = n^2.$$

Ответы к тренировочным задачам

10. $k = 0, n = \pm 2; k = 4, n = \pm 23$.
9. 32 и 64.
8. 16667 и 33334.
7. 47.
6. 6, 10, 14, 30, 42, 70, 105, 210.
5. Единич на 901 больше, чем двоек.
4. $x = 24, y = 8; x = 54, y = 2$.
3. $x = 0, y = 0; x = 1, y = -1; x = 1, y = 1$.
2. Да, таких чисел много. Например: 9576843210