C5

1. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$2\left|2|x|-a^2\right| = x-a$$

имеет ровно три различных решения.

2. Найдите все значения a, при каждом из которых функция

$$f(x) = 2\left|2|x|-a^2\right| - x + a$$

имеет две различных точки перемены знака.

3. Найдите все значения a, при каждом из которых множество значений функции

$$f(x) = \frac{x^2-ax+1}{x^2+x+1}$$

лежит в интервале $(-3; 3)$.

4. Найдите все значения a, при каждом из которых общие решения неравенств

$$x^2-2x \leqslant a-1 \text{ и } x^2-4x \leqslant 1-4a$$

образуют на числовой оси отрезок длины единица.

5. Найдите все значения a, при каждом из которых общие решения неравенств

$$y+2x \geqslant a \text{ и } y-x \geqslant 2a$$

являются решениями неравенства

$$2y-x > a+3.$$

6. Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-a)(ax-2a-3) \geqslant 0, \\ ax > 4 \end{cases}$$

не имеет решений.

7. Найдите все значения a, при каждом из которых функция

$$f(x) = x^2+4x+\left|x^2-\frac{3}{2}x-1\right|-a$$

принимает

1) только неотрицательные значения;
2) как положительные, так и отрицательные значения.

8. Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство

$$ax^2-4x+3a+1 > 0$$

выполняется:

1) для всех $x > 0$;
2) для всех $x < 0$.

9. Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} 1-\sqrt{|1-x|} = \sqrt{7|y|}, \\ 49y^2+x^2+4a = 2x-1 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

10. Найдите все пары чисел p и q, для каждой из которых неравенство

$$|x^2+px+q| > 2$$

не имеет решений на отрезке $[1; 5]$.

Ответы

1. $a = -\frac{1}{2}$ и $a = -2$.
2. $a \in \left[-2; -\frac{1}{2}\right]$.
3. $-5 < a < 1$.
4. $a = \frac{1}{4}$ и $a = 1$.
5. $a > \frac{9}{8}$.
6. $-2 \leqslant a \leqslant 0$.
7. 1) $a \leqslant -\frac{57}{32}$; 2) $a > -\frac{57}{32}$.
8. 1) $a > 1$; 2) $a \geqslant 0$.
9. $a = -\frac{1}{32}$; $a = -\frac{1}{4}$.
10. $p = -6$, $q = 7$.

C5

1. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение
$$2\left|2|x|-a^2\right| = x-a$$
имеет ровно три различных решения.

2. Найдите все значения a, при каждом из которых функция
$$f(x) = 2\left|2|x|-a^2\right| - x + a$$
имеет две различных точки перемены знака.

3. Найдите все значения a, при каждом из которых множество значений функции
$$f(x) = \frac{x^2-ax+1}{x^2+x+1}$$
лежит в интервале $(-3;\ 3)$.

4. Найдите все значения a, при каждом из которых общие решения неравенств
$$x^2-2x \leqslant a-1 \text{ и } x^2-4x \leqslant 1-4a$$
образуют на числовой оси отрезок длины единица.

5. Найдите все значения a, при каждом из которых общие решения неравенств
$$y+2x \geqslant a \text{ и } y-x \geqslant 2a$$
являются решениями неравенства
$$2y-x > a+3.$$

6. Найдите все значения a, при каждом из которых система
$$\begin{cases} (x-a)(ax-2a-3) \geqslant 0, \\ ax > 4 \end{cases}$$
не имеет решений.

7. Найдите все значения a, при каждом из которых функция
$$f(x) = x^2+4x+\left|x^2-\frac{3}{2}x-1\right|-a$$
принимает
1) только неотрицательные значения;
2) как положительные, так и отрицательные значения.

8. Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство
$$ax^2-4x+3a+1 > 0$$
выполняется:
1) для всех $x > 0$;
2) для всех $x < 0$.

9. Найдите все значения a, при каждом из которых система
$$\begin{cases} 1-\sqrt{|1-x|} = \sqrt{7|y|}, \\ 49y^2+x^2+4a = 2x-1 \end{cases}$$
имеет ровно четыре различных решения.

10. Найдите все пары чисел p и q, для каждой из которых неравенство
$$|x^2+px+q| > 2$$
не имеет решений на отрезке $[1;\ 5]$.

Ответы

1. $a = -\frac{1}{2}$ и $a = -2$.
2. $a \in \left[-2;\ -\frac{1}{2}\right]$.
3. $-5 < a < 1$.
4. $a = \frac{1}{4}$ и $a = 1$.
5. $a > \frac{9}{8}$.
6. $-2 \leqslant a \leqslant 0$.
7. 1) $a \leqslant -\frac{57}{32}$; 2) $a > -\frac{57}{32}$.
8. 1) $a > 1$; 2) $a \geqslant 0$.
9. $a = -\frac{1}{32}$; $a = -\frac{1}{4}$.
10. $p = -6$, $q = 7$.