ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

Определение предела функции по Гейне:

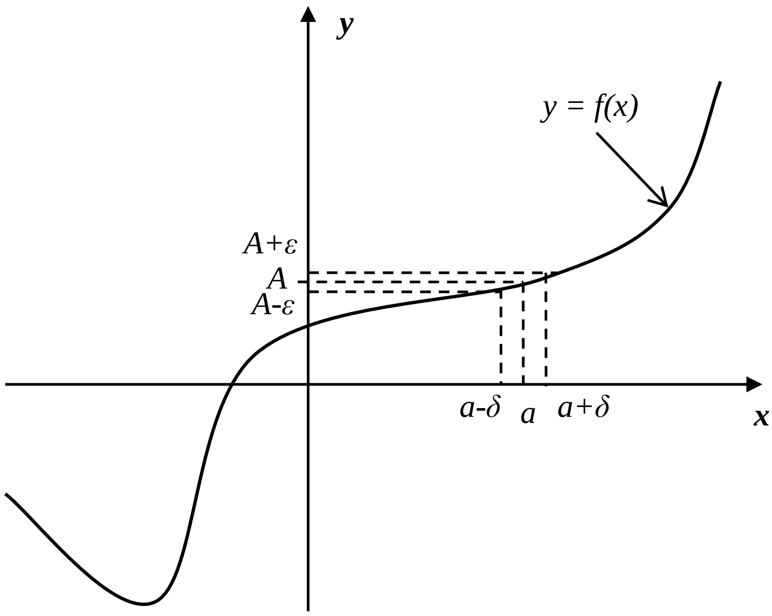
Число A называется **пределом функции** $f(x)$ **в точке** a, если для любой последовательности $\{x_n\}$ значений аргумента, такой что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a,\ x_n \neq a$ последовательности соответствующих значений функции $\{f(x_n)\}$ имеют один и тот же предел, равный A, т.е. $\lim\limits_{n\to\infty} f\{x_n\} = A$.

$$\boxed{\lim_{x\to a} f(x) = A \Leftrightarrow (\forall x_n \in D_f,\ n = 1, 2, ..: \lim_{n\to\infty} x_n = a) \Rightarrow \lim_{n\to\infty} f(x_n) = A}$$

Определения предела функции по Коши:

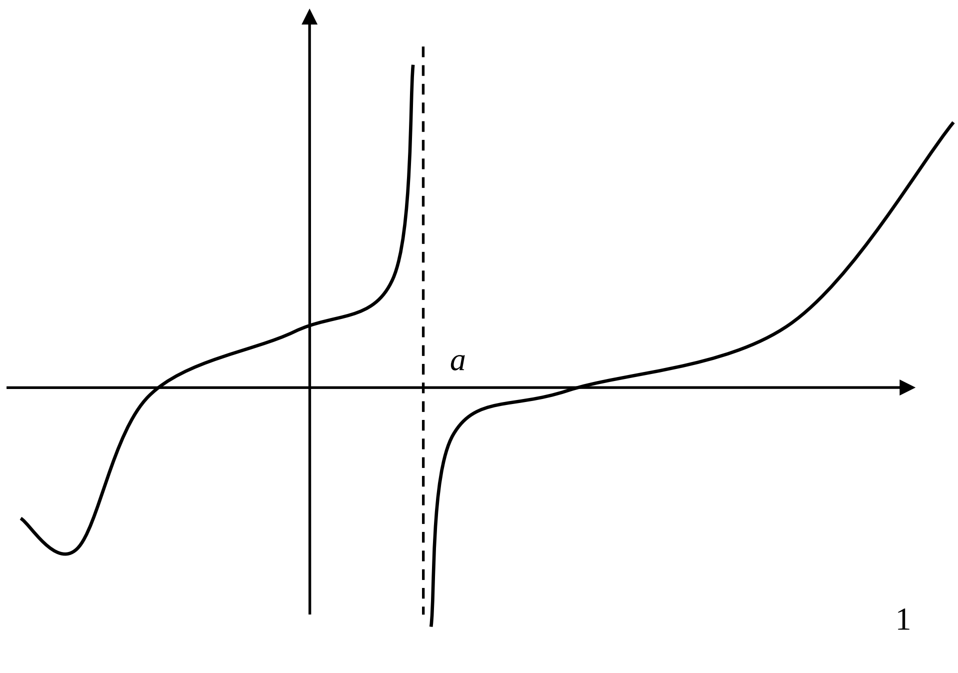
1. $$\boxed{\lim_{x\to a} f(x) = A \Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0,\quad \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0:\quad (\forall x: 0 < |x - a| < \delta) \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon)}$$

Число A называется **пределом функции** $f(x)$ **в точке** a**,** если для любого числа $\varepsilon > 0$ существует число $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$, такое что для всех $x \neq a$ и, удовлетворяющих условию $|x - a| < \delta$, выполняется неравенство: $|f(x) - A| < \varepsilon$.



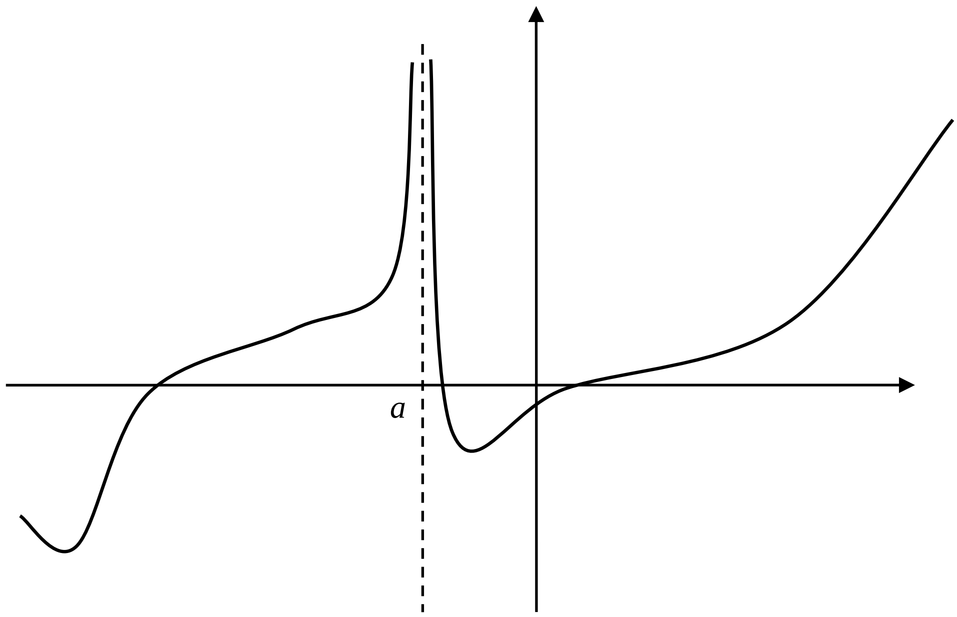
2. $$\boxed{\lim_{x\to a} f(x) = \infty \Leftrightarrow (\forall E > 0,\quad \exists \delta = \delta(E) > 0:\quad (\forall x: 0 < |x - a| < \delta) \Rightarrow |f(x)| > E)}$$

Функция $f(x)$ **не имеет предела в точке** a, если для любого числа $E > 0$ существует число $\delta = \delta(E) > 0$, такое что для всех $x \neq a$ и удовлетворяющих условию $|x - a| < \delta$, выполняется неравенство $|f(x)| > E$.



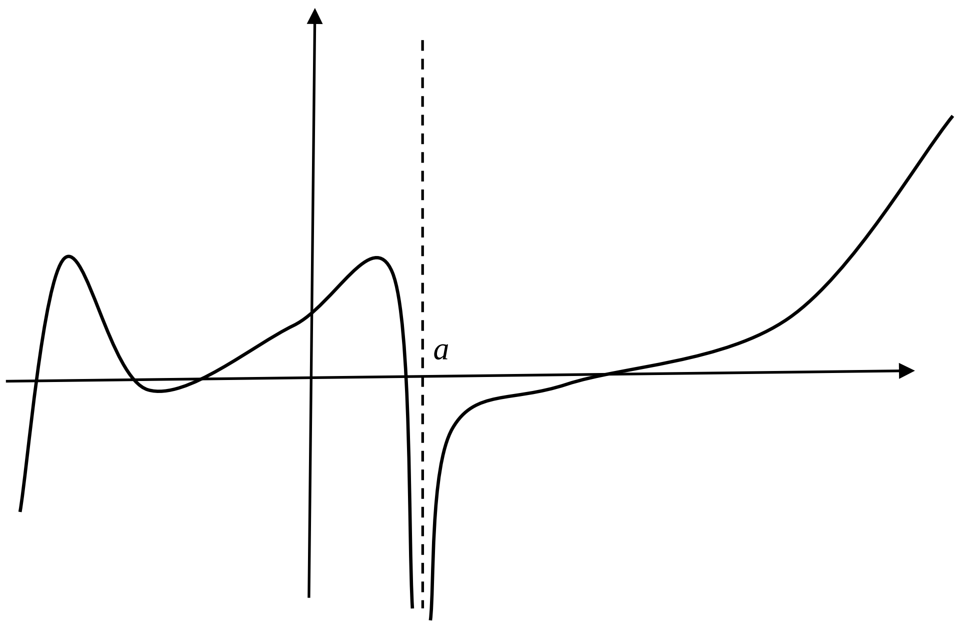
3. $\boxed{\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty \Leftrightarrow (\forall E > 0, \quad \exists \delta = \delta(E) > 0: \quad (\forall x: 0 < |x-a| < \delta) \Rightarrow f(x) > E)}$

Функция $f(x)$ **стремится в** $+\infty$ **в точке** a, если для любого числа $E > 0$ существует число $\delta = \delta(E) > 0$, такое что для всех $x \neq a$ и удовлетворяющих условию $|x-a| < \delta$, выполняется неравенство $f(x) > E$.



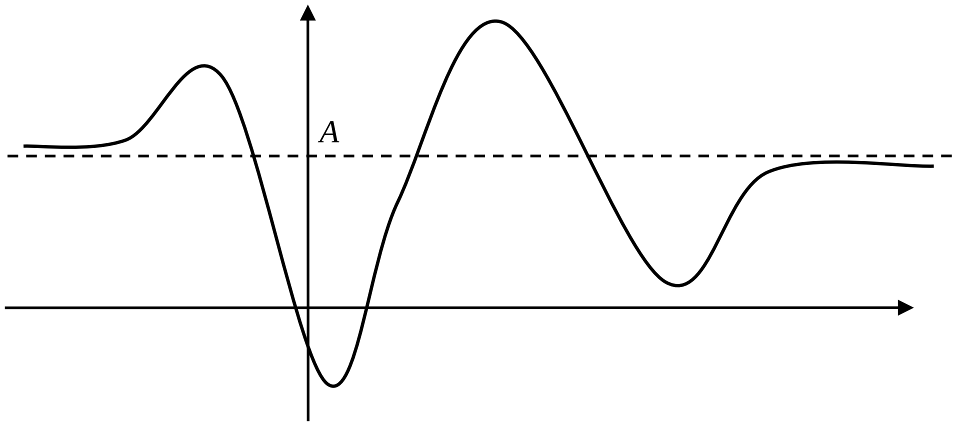
4. $\boxed{\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty \Leftrightarrow (\forall E > 0, \quad \exists \delta = \delta(E) > 0: \quad (\forall x: 0 < |x-a| < \delta) \Rightarrow f(x) < -E)}$

Функция $f(x)$ **стремится в** $-\infty$ **в точке** a, если для любого числа $E > 0$ существует число $\delta = \delta(E) > 0$, такое что для всех $x \neq a$ и удовлетворяющих условию $|x-a| < \delta$, выполняется неравенство $f(x) < E$.



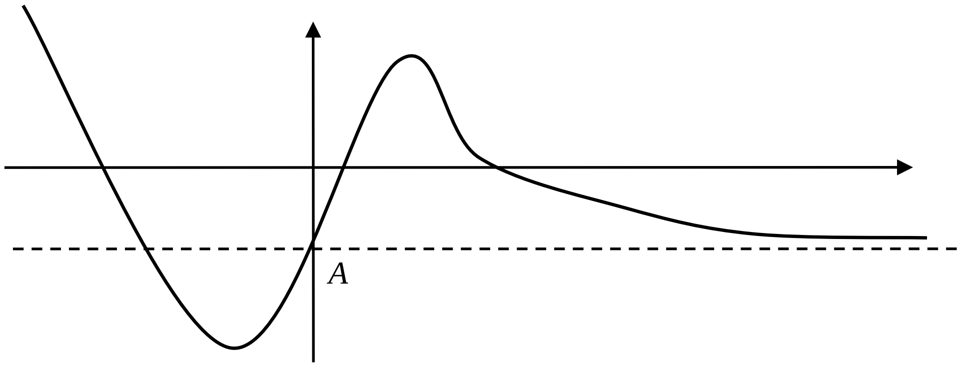
5. $\boxed{\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A \Leftrightarrow (\forall\varepsilon > 0, \quad \exists\Delta = \Delta(\varepsilon) > 0: \quad (\forall x: |x| > \Delta) \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon)}$

Число A называется **пределом функции** $f(x)$ **при** x**, стремящемся к** ∞, если для любого числа $\varepsilon > 0$ существует число $\Delta = \Delta(\varepsilon) > 0$, такое что для всех x, по модулю больших, чем Δ, выполняется неравенство $|f(x) - A| < \varepsilon$.



6. $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = A \Leftrightarrow (\forall\varepsilon > 0, \quad \exists\Delta = \Delta(\varepsilon) > 0: \quad (\forall x: x > \Delta) \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon)}$

Число A называется **пределом функции** $f(x)$ **при** x**, стремящемся к** $+\infty$, если для любого числа $\varepsilon > 0$ существует число $\Delta = \Delta(\varepsilon) > 0$, такое что для всех x, больших, чем Δ, выполняется неравенство $|f(x) - A| < \varepsilon$.



7. $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = A \Leftrightarrow (\forall\varepsilon > 0, \quad \exists\Delta = \Delta(\varepsilon) > 0: \quad (\forall x: x < -\Delta) \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon)}$

Число A называется **пределом функции** $f(x)$ **при** x**, стремящемся к** $+\infty$, если для любого числа $\varepsilon > 0$ существует число $\Delta = \Delta(\varepsilon) > 0$, такое что для всех x, меньших, чем Δ, выполняется неравенство $|f(x) - A| < \varepsilon$.